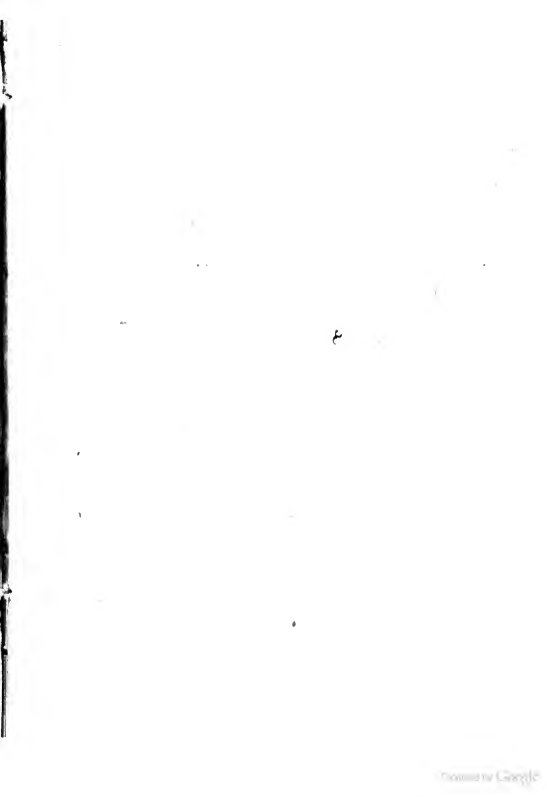
ORSINI

TETTOIE IN FERRO

N. 29

TETTOIE IN FERRO

AD ARMATURE DRITTE

PER

AMILCARE ORSINI

Alunno della Regia Scuola degl'Ingegneri in Napoli

Socio ordinario dell'Associazione delle Conferenze
di Matematiche pure ed applicate

PER OTTENERE IL DIPLOMA D'INGEGNERE LAUREATO

NAPOLI
TIPOGRAFIA DI ANGELO TRANI
Vico Conte di Mola n. 13.
1868

A MIO PADRE

TETTOIE IN FERRO

La grande resistenza del ferro alla rottura per estensione, la sua leggerezza rispetto al legno, a parità di resistenza, l'incombustibilità, e finalmente la sua inalterabilità, preservandolo dall'ossidazione, rendono questo metallo eminentemente atto a sostituire il legno nelle armature per coperti.

Con maggior vantaggio si adopera poi il ferro nelle tettoie destinate a covrire vasti recinti lasciando libera l'area intermedia.

Or tali doti del ferro, nonchè i progressi della sua fabbricazione e la conoscenza delle sue condizioni di resistenza, fanno sì che attualmente le armature metalliche tendono a sostituire tutte le altre con vantaggio ed economia.

Un coperto in ferro, qualunque ne sia la specie, si compone: 1.° della covertura; 2.° di pezzi longitudinali che la sopportano; 3.° di armature, che fanno da sostegno a questi pezzi.

1.° Covertura.

I materiali impiegati nella covertura dei tetti in ferro sono quelli che si riconoscono più leggieri, affin di non raggiungere per l'ossatura un peso tanto elevato da rendere più economiche le armature in legno.

Lo zinco o le lamiere di ferro sono utilizzati sotto differenti forme: in fogli grandi o piccoli, piani o scanalati.

Lo zinco numero 14 (di spessezza $0^{m},00085$ e di peso $6^{kg},07$ per m. q.) si adopera generalmente per le costruzioni leggiere; per quelle di maggiore importanza o di grande durata si adopera lo zinco numero 16 (spessezza $0^{m},00103$, peso per m. q. $7^{kg},40$).

Il ferro in lamiere non si può adoperare che zincato o galvanizzato, e si usa, come lo zinco, in fogli piani o scanalati. Tali coverture riescono un poco più costose di quelle in zinco, ma sono più solide, si dilatano meno e resistono meglio agl'incendi.

Il vetro si adopera come covertura quando si richiede che lo spazio sottoposto sia illuminato. Lo si usa in lastre di spessezza $0^{m},003$.

Le tegole sono qualche volta impiegate con vantaggio sui tetti in ferro; specialmente nelle officine, negli alti forni, nelle fornaci da calce, ed in generale, in tutti quegli edifizi che esigono una ventilazione costante.

In quanto agli altri materiali per covertura, si adoperano raramente sulle armature in ferro.

L'inclinazione della covertura deve dipendere dal clima e dal materiale impiegato. Essa deve stabilirsi in modo da far contrasto agli urti del vento, il quale tende a disgregare i vari elementi di cui la covertura è formata, ed all'aziono capillare, che fa rimontare l'acqua a traverso delle commessure.

Per le coverture metalliche convengono, ne' nostri climi, le inclinazioni da 15° a 25°; per quelle in vetro le inclinazioni si fanno variare da 13° a 23°.

2.° Pezzi longitudinali.

I pezzi longitudinali, o *arcarecci*, servono a sopportare la covertura ed a congiungere trasversalmente le armature.

Quello che costituisce il comignolo del tetto dicesi *colmareccio*.

La forma degli arcarecci è quella di un ferro a semplice T, per le piccole costruzioni, e di un ferro a doppio T per quelle di maggiore importanza. Nelle grandi coperture si usano talvolta le travi in lamiera, ora piena, ora a traliccio.

Gli arcarecci si riuniscono ai puntoni mediante squadri in lamina chiavardati a questi. La loro distanza si fa variare da $1^{m},50$ a 2^{m}. È sempre preferibile avvicinarli per diminuirne la portata e permettere d'impiegare materiali più leggieri per la covertura.

Le dimensioni degli arcarecci si determinano considerandoli come pezzi su due appoggi e prendendo il coefficiente di resistenza R eguale 8000000^{kg} o 10000000^{kg} per m. q. Nelle grandi armature, per concatenare tutto il sistema, si usano inoltre dei pezzi longitudinali destinati a collegare le incavallature fra loro e ad impedire la flessione trasversale dei tiranti.

3.° Armature.

Le armature sono destinate a sostenere la carica permanente della covertura e dei pezzi longitudinali, più le cariche accidentali.

Queste ultime sono:

1.° Il peso della quantità di neve che può accumularsi sui tetti, valutato di 25^{kg} per m. q., ammettendo un'altezza massima di $0^m,25$.

2.° La pressione esercitata dal vento, la quale, ne' nostri climi non è considerevole e può valutarsi di 7^{kg} per m. q., ritenendo una velocità massima di 7^m per secondo.

Supponendo orizzontale la direzione del vento e ritenendo, per le direzioni oblique, la proporzionalità della forza al seno dell' angolo d'incidenza, si ha la formola:

$$p = P \, sen \alpha$$

ove: p indica il valore ignoto della pressione per m. q.

P la pressione massima del vento per m. q., la quale, nelle più grandi tempeste, si valuta di $54^{kg},16$

α l'angolo della covertura con l'orizzonte.

3.° Il peso degli operai e dei materiali necessari nelle riparazioni della tettoia, peso che può ritenersi di 30^{kg} per m. q.

Con tali dati si potrà calcolare facilmente la carica cui deve resistere un' armatura qualunque.

La distanza fra le armature deve prendersi quanto più grande è possibile, per diminuire il loro numero. Però non bisogna dimenticare che in tal modo si viene ad aumentare la portata degli arcarecci e di tutti i pezzi longitudinali, dei quali conviene allora aumentare le dimensioni. È dunque necessario, in ogni progetto di tettoia, cercare la distanza fra le armature cui corrisponde una minima spesa.

Dall'esamo delle costruzioni esistenti si può fissare tale distanza di $3^m.50$ a 4^m, cifra generalmente adottata dai costruttori moderni.

A due principali sistemi possono ridursi le armature: il sistema ad incavallature dritte e quello ad incavallature centinate.

Le prime, che diconsi *capriate*, *cavalletti*, o semplicemente *incavallature*, sono composte di un insieme di pezzi formanti un sistema triangolare.

Le seconde s'indicano più particolarmente col nome di *centine* e sono le armature foggiate a guisa di archi, i quali, quando sono in ferro, hanno la sezione a doppio T e le pareti resistenti a traliccio.

INCAVALLATURE A PEZZI DRITTI

Le incavallature si compongono, in generale: 1.° di due *puntoni* dritti, che, partendo dalle imposte, vengono a spingersi l'uno contro l'altro nella loro parte superiore; 2.° di *tiranti*, che, congiungendo le loro estremità, trasformano la spinta dei puntoni contro i piedritti in una pressione verticale; 3.° di *staffe* verticali, che sostengono i tiranti di grando portata; 4.° di *colonnette* o *saette*, che rinforzano in uno o più punti i puntoni di considerevolo lunghezza.

1.° *Puntoni*. — I puntoni devono resistere nel tempo stesso a sforzi di flessione e di compressione. Nelle piccole costruzioni si usa farli a sezione rettangolare, servendosi dei ferri squadrati che si trovano in commercio, di spessezza circa un quinto della larghezza. Bisogna situarli colla dimensione più grando verticale, affin di aumentare la distanza della fibra superiore dalla fibra media.

Nelle costruzioni d'importanza media si possono impiegare i ferri a doppio T del commercio, la quale forma presenta il doppio vantaggio di resistere di più agli sforzi di flessione e di prestarsi meglio alle congiunzioni.

Allorquando le portate e le cariche sono considerevoli, i puntoni divengono delle vere travi armate, e si costruiscono in lamiera, ora piena ora a traliccio. Il primo sistema, sebbene aumenta il peso, riesce più economico, a causa della mano d'opera e della maggiore spesa di costruzione che esige il secondo sistema.

In generale, il traliccio non si usa che quando è necessario che l'economia sia sagrificata alla leggerezza ed all'eleganza della costruzione.

Attualmente il sistema Polonceau a puntoni armati è generalmente diffuso: le colonnelle che si situano a differenti punti della lunghezza dei puntoni servono a questi di punti d'appoggio e permettono di diminuirne la sezione. Si riesce così a covrire degli spazi di grande ampiezza mediante leggerissime incavallature.

2.° *Tiranti.* — I *tiranti* o *catene* hanno per iscopo di annullare la spinta orizzontale dei puntoni contro i muri, e sono perciò sottomessi a sforzi di trazione tanto più considerevoli quanto più piccola è la freccia dell'incavallatura rispetto alla sua portata.

Talune volte devono esser capaci di sostenere una carica uniformemente ripartita, come sarebbe quella di un solaio. In ogni caso però, conviene tener conto, nel calcolo delle loro dimensioni, della flessione prodotta dal loro peso proprio.

I tiranti hanno generalmente la forma cilindrica a sezione circolare, ma in alcuni casi, e specialmente quando sono destinati a sostenere un solaio, è preferibile farli a sezione rettangolare per facilitare l'applicazione dei pezzi che debbono sopportare il soffitto. Nelle grandi incavallature si costruiscono in ferro battuto e talvolta anche in ferri a doppio T.

I tiranti si dispongono orizzontali o pure rialzati verso il comignolo del tetto. Qualche volta il tirante non è situato a livello delle imposte, ma congiunge i puntoni al di sopra di questo livello.

3.° *Staffe.* — I tiranti sono sostenuti generalmente nel mezzo, e talora anche in altri punti della loro lunghezza. da *staffe* pendenti, che, dando loro uno o più punti di appoggio, permettono di diminuirne la sezione.

La loro forma è d'ordinario cilindrica o prismatica.

4.° *Colonnette.* — Le *colonnette,* dette anche *saette, razze* o *controfissi*, si adoperano nello incavallature per sostenere i puntoni in uno o più punti della loro lunghezza e vanno perciò soggette a sforzi di compressione.

Si costruiscono in ferro a sezione circolare o cruciforme. Talvolta si fanno anche in pezzi a semplice e doppio T. La ghisa, che resiste bene alla compressione, s'impiega frequentemente e con vantaggio; in questo caso si dà alle colonnette una sezione cruciforme rigonfiata nel mezzo. Una buona dimensione di larghezza nel mezzo corrisponde ad $\frac{1}{8}$ della lunghezza.

Congiunzioni

I puntoni si congiungono al vertice talvolta con piastre chiavardate, di ferro o di ghisa, e talvolta con una doppia scatola di ghisa. Questi pezzi devono resistere agli sforzi di tensione e di compressione che può far loro subire l'abbassamento della cresta del tetto sotto le cariche accidentali. Le chiavarde ed i chiodi ribaditi (*rivets*) sono poi sottomessi a sforzi di taglio.

Le estremità inferiori dei puntoni riposano in un zoccolo o in una mensola di ghisa stabiliti saldamente sul piedritto corrispondente.

Per quanto concerne il collocamento delle incavallature metalliche sui loro appoggi, essendo le medesime molto soggette a dilatarsi o restringersi per effetto delle variazioni di temperatura, alcuni costruttori hanno creduto prudente consiglio stabilirle sopra scorritoi, lasciando libere le estremità di scorrere sovr'essi; e vi fu chi adoperò il sistema dei rulli. Altri invece hanno adottato il sistema di fissarle alle estremità, ritenendo sufficienti ad eliminare ogni sconcerto le articolazioni che sempre presenta il sistema.

Una disposizione utile per fermare le grandi incavallature è quella di fissare i puntoni in uno zoccolo scorrevole su di una piastra di ghisa mantenuta immobile sul piedritto. Un robusto perno, saldamente tenuto nel piedritto medesimo, attraversa un foro cilindrico a sezione allungata, lasciato nella scatola, la quale, a seconda delle dilatazioni o contrazioni che subirà l'incavallatura potrà ricevere dei piccoli movimenti nel senso dell'asse maggiore del foro.

I tiranti si riuniscono ai puntoni mediante ferri bipartiti che abbracciano dai 2 lati i puntoni medesimi. Le estremità dei tiranti, terminate a vite, traversano questi ferri e vi si fissano mediante una madrevite, la quale permette di ottenere una tensione sufficiente per mezzo di chiavi stringitoie.

Si usa pure fissare le estremità dei tiranti mediante ferri squadrati chiavardati sui puntoni. Questo sistema, usato per le piccole incavallature, non permette di far variare la tensione; ed allora, per evitare una freccia troppo sensibile nel tirante ed una spinta funesta alla stabilità dei piedritti, si usa diminuirne in costruzione la lunghezza, affinchè possa prendere la tensione conveniente quando vien messa in opera l'incavallatura.

I controfissi si fermano ai puntoni mediante doppia piastra chiavardata. Quando la colonnella è in ghisa, a sezione circolare o cruciforme, si suole farla terminare alla parte superiore in guisa da potervi serrare il puntone mediante cunei di legno.

Quando i puntoni si fanno in più pezzi, bisogna badare di far cadere le congiunzioni sui controfissi. I coprigiunti devono allora avere una sezione sufficiente per resistere agli sforzi di taglio agenti in questi punti ed agli sforzi provvenienti dalla flessione del puntone.

I tiranti sono congiunti fra loro ed ai controfissi mediante doppia piastra chiavardata. Questi pezzi di congiunzione devono resistere alla somma delle tensioni dei tiranti che riuniscono ed alla compressione dei controfissi. Bisogna inoltre aver cura di lasciare una sezione sufficiente intorno a ciascuna chiavarda, affine di resistere agli sforzi cagionati dalle tensioni.

Nelle incavallature a saette inclinate sui puntoni, le congiunzioni sui tiranti si fanno mediante un manicotto di ghisa, nel quale si avvitano questi ultimi e si attaccano le saette e la staffa.

Ponitura in opera delle incavallature

Allorchè tutte le incavallature sono state preparate all'opifizio di costruzione, si trasportano, in pezzi separati, sul cantiere del fabbricato da covrire. Per le piccole portate la montatura si esegue sul suolo e si elevano, ad una ad una le incavallature, per mezzo di una o più capre, secondo le circostanze.

Bisogna sempre, per quanto è possibile, cominciare l'armamento dalle incavallature estreme, le quali devono esser collegate ad un frontone in fabbrica a cui si fissano i primi arcarecci che debbono dar principio al concatenamento.

Allorchè le portate sono considerevoli, si possono impiegare, invece delle capre, dei ponti di servizio mobili, di un prezzo più elevato, ed allora è inutile montare l'incavallatura sul suolo, potendosi eseguire ciascun armamento sul ponte.

Talvolta, per ridurre questa spesa al minimo, si usano dei castelletti mobili in legname che si situano ad egual distanza dal mezzo dell'incavallatura. Questi castelletti fanno ufficio di capre, in condizioni più

vantaggiose di resistenza e di stabilità. Dei paranchi servono all' elevazione dei pezzi.

È utile di non tendere i tiranti che quando la covertura è completamente terminata, altrimenti le sopracariche e gli urti cagionati da questa potrebbero rompere i tiranti, il che sarebbe conseguenza di un inevitabile rovesciamento dell' intero sistema.

Bisogna infine avvertire che la montatura delle incavallature sia eseguita alla temperatura di 10° a 12°, affin di evitare le grandi dilatazioni o contrazioni dei pezzi per effetto delle variazioni atmosferiche.

FORMOLE DI RESISTENZA DEI MATERIALI

NECESSARIE AL CALCOLO DELLE INCAVALLATURE

Resistenza alla trazione ed alla compressione

Chiamando:
P lo sforzo di trazione o compressione
ω la sezione da darsi al pezzo
R, *R'* i coefficienti di rottura per trazione e compressione modificati per la stabilità,
Si ha per la trazione:

$$P = R\omega$$

e per la compressione:

$$P = R'\omega$$

Per avere una gran sicurezza di stabilità, si può ritenere, pel valore del coefficiente di resistenza alla trazione relativo ad un m. q. di superficie:

$$R = 6000000^{kg} \quad \text{pel ferro}$$

ed

$$R = 2000000^{kg} \quad \text{per la ghisa.}$$

Il coefficiente di rottura alla compressione è, a rigore, variabile secondo il rapporto tra la lunghezza e la minor dimensione del pezzo, ma si usa considerarlo costante finchè questo rapporto non supera 20. Si può prendere allora, per la stabilità:

$$R' = 6000000^{kg} \quad \text{pel ferro} \qquad (1)$$

ed

$$R' = 10000000^{kg} \quad \text{per la ghisa} \qquad (2)$$

Quando poi la lunghezza del pezzo è più di 20 volte la minor dimensione della sezione, il coefficiente R' non può più ritenersi costante, ed allora bisogna ricorrere ad altre formole.

Il *Love*, fondandosi sulle sperienze di *Hodckingson*, dà pel valore del coefficiente di compressione R'', relativo ai pezzi cilindrici lunghi:

$$R'' = \frac{R'}{1{,}55 + 0{,}0005\left(\frac{l}{d}\right)^2}$$

pel ferro di lunghezza 10 a 180 volte il diametro; ed

$$R'' = \frac{R'}{1{,}45 + 0{,}00337\left(\frac{l}{d}\right)^2}$$

per la ghisa, di lunghezza 5 a 120 volte il diametro.

In queste formole, l e d indicano la lunghezza ed il diametro del pezzo; R' è il coefficiente di rottura, modificato per la stabilità, relativo ai pezzi corti, il quale vien dato dai valori (1) e (2) secondochè si tratta di ferro o di ghisa.

Con tali dati si vede che il coefficiente di rottura pel ferro è lo stesso, sì per la trazione che per la compressione, semprechè si tratti di pezzi non molto lunghi.

Resistenza alla flessione di un solido su due appoggi

Chiamando:

I il momento d'inerzia della sezione del pezzo,

R il coefficiente di resistenza alla rottura, modificato per la stabilità, il quale pel ferro può ritenersi 6000000^{kg} per m. q.

M il valor massimo del momento di flessione, ossia quello relativo alla sezione più debole;

v' la distanza della fibra più lontana dall'asse neutrale.

Si ha, per l'equazione di equilibrio alla rottura per flessione:

$$\frac{RI}{v'} = M,$$

mediante la quale si determinano le dimensioni trasversali da darsi al pezzo, quante volte sia stabilita la forma della sezione.

Quando le forze agenti sul pezzo sono dei pesi uniformemente distribuiti, si ha:

$$M = \frac{pl^2}{8},$$

indicandosi con p il peso che gravita sul metro corrente della lunghezza l del pezzo.

Quando, oltre al peso p per metro corrente si abbia un peso P agente in un punto qualunque, si ha:

$$M = \left(P + \frac{pl}{2}\right)\frac{l'l''}{l},$$

indicando con l', l'' le distanze del punto d'applicazione di P dai 2 appoggi; in modo che si ha $l' + l'' = l$

Resistenza alla flessione di un pezzo situato su di un qualunque numero di appoggi

Questo problema, la cui soluzione, dovuta al *Clapeyron*, è fondata sul *Teorema dei tre momenti*, è di uso frequentissimo nel Calcolo delle Incavallature.

Consideriamo un pezzo AN (*fig.*1), poggiato sopra $n-1$ sostegni A, B, C, D . . . ., che lo dividono in n travate; e chiamiamo:

a_1, a_2, a_3, ... a_n le lunghezze consecutive delle travate

p_1, p_2, p_3, ... p_n i pesi per metro lineare, uniformemente ripartiti su queste

M_0, M_1, M_2, ... M_n i valori del momento di flessione nei punti A, B, C, D . . . . N.

$\varepsilon = EI$ il momento di elasticità dell'intero pezzo, ossia il prodotto del suo coefficiente di elasticità pel momento d'inerzia I.

Si tratta di determinare il valor massimo del momento di flessione, da sostituire nella formola della resistenza, e le pressioni sofferte dagli appoggi.

Mettiamo dapprima l'origine degli assi al primo appoggio A, e consideriamo l'equilibrio della prima travata. Prendendo i momenti rispetto ad un punto qualunque m, situato alla distanza x dall'origine, la somma di questi momenti, ossia il momento di flessione per una sezione fatta in m, sarà sempre un'espressione della forma:

$$M = \varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} = A + Bx + \frac{1}{2} p_1 x^2 \qquad (1)$$

Sieno α_0, α_1, α_2, ... α_n le tangenti degli angoli che le tangenti alla curva in A, B, C, ...N formano con l'asse delle x. Si avrà, integrando la precedente equazione differenziale:

$$\varepsilon \left(\frac{dy}{dx} - \alpha_0 \right) = Ax + \frac{1}{2} Bx^2 + \frac{1}{6} p_1 x^3 \qquad (2)$$

e facendo $x = a_1$,

$$\varepsilon (\alpha_1 - \alpha_0) = Aa_1 + \frac{1}{2} Ba_1^2 + \frac{1}{6} p_1 a_1^3 \qquad (3)$$

Integrando nuovamente la (2) e determinando la costante in modo che si abbia $y = 0$ per $x = 0$, si ha:

$$\varepsilon (y - \alpha_0 x) = \frac{1}{2} Ax^2 + \frac{1}{6} Bx^3 + \frac{1}{24} p_1 x^4 \qquad (4)$$

Facendo indi $x = a_1$, il che dà $y = 0$, e dividendo per a_1, si trae:

$$- \varepsilon \alpha_0 = \frac{1}{2} Aa_1 + \frac{1}{6} Ba_1^2 + \frac{1}{24} p_1 a_1^3 \qquad (5)$$

Se si elimina α_0 per semplice sottrazione fra questa equazione e la (3), si ottiene:

$$\varepsilon \alpha_1 = \frac{1}{2} Aa_1 + \frac{1}{3} Ba_1^2 + \frac{1}{8} p_1 a_1^3 \qquad (6)$$

Ma se invece di mettere l'origine in A, si mettesse in B, si troverebbe, considerando la 2.ª travata, un'equazione analoga alla (5), che aggiunta membro a membro con la (6) dà:

$$0 = \frac{1}{2} Aa_1 + \frac{1}{2} A'a_2 + \frac{1}{3} Ba_1^2 + \frac{1}{6} B'a_2^2 + \frac{1}{8} p_1 a_1^3 + \frac{1}{24} p_2 a_2^3 \qquad (7)$$

Ora i coefficienti A, A', B, B' possono esprimersi facilmente mediante le quantità M_0, M_1, M_2; poichè la (1) deve ridursi ad M_0 per $x=0$ e ad M_1 per $x=a_1$. Si deve dunque avere:

$$M_0 = A \quad , \quad M_1 = A + Ba_1 + \frac{1}{2} p_1 a_1^2 ;$$

donde:

$$A = M_0 \quad , \quad B = \frac{M_1 - M_0}{a_1} - \frac{1}{2} p_1 a_1 ;$$

e similmente si troverebbe:

$$A' = M_1 \quad , \quad B' = \frac{M_2 - M_1}{a_2} - \frac{1}{2} p_2 a_2 .$$

Sostituendo questi 4 valori nella (1), si ottiene la formola seguente che stabilisce la relazione fra 3 appoggi consecutivi:

$$M_0 a_1 + 2 M_1 (a_1 + a_2) + M_2 a_2 = \frac{1}{4} (p_1 a_1^3 + p_2 a_2^3) \qquad (8)$$

Essa va conosciuta sotto il nome di *Formola di Clapeyron*, e costituisce il *Teorema dei tre Momenti.*

Se le due travate consecutive sono eguali in lunghezza e caricate dello stesso peso uniformemente ripartito, si avrà, togliendo gl' indici e dividendo per a:

$$M_0 + 4 M_1 + M_2 = \frac{1}{2} pa^2 \qquad (9)$$

Di queste formole (8) o (9) se ne avrebbero tante quanto il numero delle travate meno 1. Laonde, per n travate, ossia per $n+1$ punti d'appoggio, si avranno $n-1$ equazioni fra le $n+1$ quantità M_0, M_1, M_2,..... M_n. Ma se il pezzo è semplicemente poggiato sugli appoggi, le estremità, essendo libere, non sopportano che le reazioni verticali degli appoggi; si ha quindi: $M_0 = 0$, $M_n = 0$, e restano $n-1$ equazioni di 1.° grado fra le $n-1$ incognite M_1, M_2, M_3,.....M_{n-1}, le quali potranno facilmente determinarsi.

Una volta conosciute queste quantità, saranno noti i coefficienti A, B, A', B'; la (5) farà conoscere l'inclinazione α_0, e si avrà un' equazio-

ne analoga alla (6) per determinare le inclinazioni $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots\ldots \alpha_n$.

Per ogni travata si avrà inoltre un'equazione analoga alla (4), nella quale x rappresenterà la distanza di un punto qualunque della fibra neutra rispetto al punto d'appoggio situato immediatamente a sinistra; quest'equazione darà l'ordinata y, ed un'equazione analoga alla (2) darà l'inclinazione in ogni punto della curva, la quale si troverà così completamente conosciuta.

Sforzi di taglio. — Dicesi sforzo *di taglio* o sforzo *troncante* di un pezzo, quello tendente a dividere il pezzo medesimo secondo il piano passante per la direzione delle forze. Laonde, in un solido sottoposto a sforzi di flessione, lo sforzo di taglio in una sezione qualunque eguaglia la somma delle proiezioni (su di un asse condotto nel piano di flessione perpendicolarmente alla fibra media) di tutte le forze che sollecitano il prisma dalla sezione che si considera fino all'estremità. Questa somma è evidentemente eguale e contraria a quella delle proiezioni, sullo stesso asse, delle forze elastiche che si esercitano, nella sezione considerata, dalla porzione del prisma a sinistra di questa sezione sulla porzione a dritta.

Nel caso che consideriamo, cioè di un solido situato sopra un numero qualunque di appoggi e gravato da pesi uniformenti distribuiti sulle varie travate, si ha, per espressione del momento di flessione rispetto ad un punto qualunque situato sulla prima travata alla distanza x dall'origine A:

$$M = \frac{1}{2} p_1 (a_1 - x)^2 + F_1 (a_1 - x) + M_1,$$

indicando con F_1 lo sforzo di taglio nel punto B.

Differenziando rispetto ad x, sarà:

$$\frac{dM}{dx} = -[p_1 (a_1 - x) + F_1]$$

Ora il 2.° membro esprime appunto lo sforzo di taglio F al punto considerato, preso con segno contrario, dunque si ha:

$$\frac{dM}{dx} = -F,$$

vale a dire che: *lo sforzo di taglio relativo ad una sezione qualunque, vien dato dalla derivata rispetto ad x, presa col segno contrario, del momento di flessione rispetto a questa sezione.*

Laonde, dalla (1) si trae:

$$F = -(B + p_1 x) \qquad (10)$$

e si avrà, per ogni travata, un'equazione analoga.

Pressioni su gli appoggi. — La conoscenza degli sforzi di taglio conduce alla determinazione delle pressioni esercitate dal pezzo sopra i suoi appoggi.

Sieno A' e B' due punti distanti per a_1 ed infinitamente vicini ad A e B. Consideriamo l'equilibrio della porzione di prisma compresa fra le sezioni trasversali fatte in A' e B'.

Le forze esteriori che agiscono su questa porzione di prisma sono: 1.° il peso $p_1 a_1$; 2.° la reazione $-Q_1$ esercitata dal punto d'appoggio. Le forze molecolari esercitate in A' dalla falda situata a sinistra di questo punto sono: 1.° una forza verticale eguale e di segno contrario allo sforzo di taglio F_0 che agisce in A'; 2.° una coppia di momento eguale e di segno contrario al momento di flessione M_0. Le forze molecolari esercitate in B' da parte della porzione di prisma situata a destra sono similmente: 1.° una forza verticale $+ F_1$; 2.° una coppia di momento eguale ~~e di segno contrario~~ al momento M_1.

La somma delle proiezioni verticali di queste forze dev'essere eguale a zero, per l'equilibrio della porzione di prima A'B'.

D'altronde, le proiezioni delle forze formanti coppia si distruggono da sè, dunque resterà:

$$-F_0 + p_1 a_1 - Q_1 + F_1 = 0,$$

donde:

$$Q_1 = p_1 a_1 + F_1 - F_0 \qquad (11)$$

Chiamando F_2, F_3, F_4, ... F_n gli sforzi di taglio relativi a dei punti a destra degli appoggi ed infinitamente vicini a questi, e Q_2, Q_3, Q_4, ... Q_n le pressioni incognite, si avrà similmente, osservando che F_n è nullo poichè il prisma non si estende al di là dell'ultimo punto di ap-

poggio per una quantità di cui bisogna tener conto:

$$\left.\begin{array}{l} Q_2 = p_2 a_2 + F_2 - F_1 \\ Q_3 = p_3 a_3 + F_3 - F_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \\ Q_n = p_n a_n - F_{n-1} \end{array}\right\} \qquad (12)$$

Si ha poi:

$$Q_0 = F_0$$

e così sono determinante tutte le pressioni sugli appoggi in funzione degli sforzi di taglio, che sappiamo determinare.

Applicazione ad un pezzo situato su tre appoggi. — Consideriamo il caso semplicissimo di due travate eguali caricate dello stesso peso p per metro corrente, e sia a la distanza fra 2 appoggi consecutivi. La formola di *Clapeyron* (9), nella quale M_0 ed M_2 divengono nulli, poichè i due estremi del pezzo sono liberi, darà:

$$4\,M_1 = \frac{1}{2} pa^2 \quad , \quad \text{donde} \quad M_1 = \frac{1}{8} pa^2.$$

Si trova quindi:

$$A = 0 \quad , \quad B = -\frac{3}{8} pa \quad , \quad A' = \frac{1}{8} pa^2 \quad , \quad B' = -\frac{5}{8} pa.$$

Si ha poi dalla (10) e dall'equazione analoga, relativa alla seconda travata:

$$F_0 = \frac{3}{8} pa \quad , \quad F_1 = \frac{5}{8} pa$$

Sarà dunque:

$$Q_0 = \frac{3}{8} pa.$$

E la (11) e la prima delle (12) daranno, osservando che si ha $F_2 = 0$:

$$Q_1 = \frac{5}{4} pa \quad , \quad Q_2 = \frac{3}{8} pa.$$

La pressione Q_2 è dunque eguale a Q_0, il che poteva prevedersi dalla simmetria della figura.

Coll' aiuto della (1), che diviene:

$$M = -\frac{3}{8}pax + \frac{1}{2}px^2,$$

si può assicurarsi che il più gran valore del momento di flessione ha luogo per $x = a$, ed è:

$$M = M_1 = \frac{1}{8}pa^2$$

Questo valore dovrebbe sostituirsi nella formola:

$$\frac{RI}{v'} = M$$

per ottenere le dimensioni trasversali da darsi al prezzo.

Bélanger fa vedere nella sua *Teoria sulla resistenza dei solidi* che vi ha vantaggio a situare l'appoggio intermedio un poco più basso degli estremi.

Pezzo situato su 6 appoggi. — Applicando la formola di *Clapeyron* al caso di 5 travate eguali caricate dello stesso peso p per metro corrente, si avranno le quattro equazioni:

$$M_0 + 4M_1 + M_2 = \frac{1}{2}pa^2$$
$$M_1 + 4M_2 + M_3 = \frac{1}{2}pa^2$$
$$M_2 + 4M_3 + M_4 = \frac{1}{2}pa^2$$
$$M_3 + 4M_4 + M_5 = \frac{1}{2}pa^2,$$

nelle quali si ha:

$$M_0 = 0 \quad , \quad M_5 = 0$$

Risolvendole si trova:

$$M_1 = M_4 = \frac{4}{38}pa^2 \quad , \quad M_2 = M_3 = \frac{3}{38}pa^2.$$

Si ha poi:

$$F_0 = \frac{15}{30}pa \quad , \quad F_1 = \frac{20}{38}pa \quad , \quad F_2 = \frac{19}{38}pa$$

$$F_3 = \frac{18}{30}pa \quad , \quad F_4 = \frac{23}{38}pa \quad , \quad F_5 = 0$$

da cui si trae:

$$Q_0 = Q_5 = \frac{15}{38}pa \quad , \quad Q_1 = Q_4 = \frac{43}{38}pa \quad , \quad Q_2 = Q_3 = \frac{37}{38}pa,$$

quantità la cui somma è eguale $5pa$, come era da prevedersi.

Se si cerca il massimo assoluto di M, si trova che ha per valore:

$$M_1 = M_4 = \frac{4}{38} pa^2$$

e questo valore bisognerà sostituirlo nella formola che ci fa determinare le dimensioni trasversali da dare al pezzo.

Resistenza di un solido caricato da forze longitudinali e normali

Chiamando:

M il valor massimo del momento inflettente.

T la forza longitudinale.

v, v' le distanze rispettive dall'asse neutrale della fibra più allungata e della più compressa.

ω la sezione da darsi al pezzo.

I il momento d'inerzia di questa sezione.

R, R' i coefficienti di rottura per trazione e per compressione modificati per la stabilità.

Allorchè la forza T agisce per trazione, si hanno le equazioni.

$$R = \frac{vM}{I} + \frac{T}{\omega}$$

$$R' = \frac{v'M}{I} - \frac{T}{\omega}$$

e ricavando da ciascuna di esse il valore di ω, il maggiore fra i due sarà quello da ritenersi.

Quando invece la forza T agisce per compressione, le equazioni sono:

$$R = \frac{vM}{I} - \frac{T}{\omega}$$

$$R' = \frac{v'M}{I_1} + \frac{T}{\omega}$$

e qui ancora il maggiore dei 2 valori di ω sarà quello da ritenersi per la sezione da dare al pezzo.

Le equazioni ora trovate sono applicabili al caso di un pezzo situato sopra un numero qualunque di appoggi.

CALCOLO DELLE INCAVALLATURE

Nell' applicare le formole della Resistenza dei materiali al calcolo delle forze cui trovansi assoggettati i vari pezzi delle incavallature ed alle dimensioni che ai medesimi conviene assegnare affinchè presentino la necessaria stabilità, si fa generalmente astrazione dalla rigidità delle congiunzioni e dall'attrito considerevole che questi sistemi incontrano sui loro appoggi; e così notevolmente si semplificano le risoluzioni dei problemi a vantaggio della stabilità.

In questo modo però si ha l'inconveniente di esser condotti a delle dimensioni eccessive, che accrescono senza necessità il peso ed il costo dei pezzi. Or per compensare questo eccesso, si usa aumentare un poco il valore del coefficiente di rottura R, prendendo pel ferro con grande sicurezza:

$$R = 8000000^{kg}$$

In alcuni casi di eccessiva leggerezza, ed allorchè i tetti sono completamente riparati dagli urti del vento, si può portare questo valore sino a 12 milioni. In America si giunge sino a 18 milioni, la quale cifra, sebbene esagerata, dà un'idea della sicurezza che offre quella che noi adottiamo.

In tutti i casi però, 14 milioni è un limite che si ritiene non doversi mai raggiungere, poichè, da questo valore in poi, gli allungamenti non sono più proporzionali alle cariche.

Aggiungiamo inoltre che quando nei calcoli si trascura il peso proprio dei pezzi, si potrà, per eccesso di scrupolosità, ritenere per R il suo primitivo valore, prendendo pel ferro $R = 6000000^{kg}$.

Ad ogni modo, il giudizio dell'Ingegnere, la qualità dei materiali, l'importanza della costruzione, decideranno nelle varie circostanze il coefficiente di resistenza da adottarsi.

Incavallatura semplice

Sia ABC un' incavallatura (*fig.* 2 e 3) formata semplicemente di due puntoni AC, BC e di un tirante AB: si vogliono determinare le dimensioni trasversali da dare a questi pezzi per aversi la stabilità del sistema.

Puntoni. — Sia l la lunghezza del puntone, a la mezza portata dell'incavallatura, h la freccia CD e p il peso che gravita uniformemente sul metro lineare del puntone. Sarà pl il peso totale agente su questo, che può intendersi concentrato nel punto I medio di AC.

Il puntone AC è inoltre sottomesso ad una reazione S, prodotta dal piedritto e dal tirante; e ad una reazione Q nel punto B, la quale, a causa della simmetria della figura, dev' essere orizzontale, poichè le reazioni dei due puntoni, l'uno contro l'altro, sono eguali ed opposte.

Riguardando dapprima il puntone AB come un corpo rigido e chiamando rispettivamente S_x, S_y le componenti orizzontale e verticale della reazione S, si avrà, pel suo equilibrio:

$$\left.\begin{aligned} S_x - Q &= 0 \\ S_y - pl &= 0 \\ pl\,\frac{a}{2} - Qh &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{donde:} \quad \left\{\begin{aligned} S_x &= Q \\ S_y &= pl \\ Q &= \frac{pal}{2h} \end{aligned}\right.$$

Volendo ora tener conto della flessibilità del puntone, si potrà considerarlo come un solido situato su 2 appoggi e caricato: 1.° di una forza tendente ad inflettérlo, uniformemente ripartita, il cui valore per metro corrente è la componente normale $p\,\frac{a}{l}$ del peso p; 2.° di una forza tendente ad inflettérlo, la quale comprende le componenti di pl e Q secondo la direzione CA. Laonde, indicandola con T, si ha:

$$T = pl\frac{h}{l} + \frac{pal}{2h}\,\frac{a}{l} = p\left(h + \frac{a^2}{2h}\right) \qquad (1)$$

Il momento di flessione massimo avrà luogo nel punto I e sarà dato da:

$$M = \frac{1}{8}\,p\,\frac{a}{l}\,l^2 = \frac{1}{8}\,pal \qquad (2)$$

il quale valore dovrà sostituirsi, insieme all'altro (1), nell'equazione generale:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega} \qquad (3)$$

da cui si ricaveranno le dimensioni trasversali del puntone, semprechè sia stabilita la forma della sezione (*).

Se si suppone quadrata la sezione del puntone ed x ne rappresenti il lato, sarà:

$$v' = \frac{x}{2} \quad , \quad I = \frac{1}{12}x^4 \; , \; \omega = x^2.$$

E sostituendo nella (3) questi valori, insieme agli altri (1) e (2), si avrà:

$$R = \frac{3}{4}\frac{pal}{x^3} + \frac{p}{x^2}\left(h + \frac{a^2}{2h}\right) \qquad (4),$$

ove per R bisogna porre il suo valore, che riteniamo 600000^{kg}, non volendo tener conto del peso proprio del pezzo.

Quest'equazione si risolve per approssimazione trascurando (per avere

(*) Il metodo indicato per determinare le dimensioni del puntone non è quello che a rigore dovrebbe seguirsi. Di fatto, essendo la forza T variabile da punto a punto della lunghezza AC (poichè la forza comprimente provveniente dalla componente longitudinale del peso p, uniformemente ripartito, è zero nel punto C ed ha il massimo valore in A) si avrebbe dovuto prendere CA per asse delle x ed esprimere, nel secondo membro della (3) le quantità M e T in funzione di x. Ricavandosi allora il valor massimo di questo secondo membro, ed egualigandolo adR', si sarebbe avuta l'equazione per determinare le dimensioni trasversali del pezzo.

Però il metodo seguito, sebbene meno esatto di questo, va più a vantaggio della stabilità: poichè, invece di prendere il valore di T fino alla sezione più debole relativa all'azione contemporanea delle forze longitudinali e trasversali, abbiamo preso quello fino al punto A, cioè il massimo valore della forza variabile T.

In quanto poi all'aver considerato il puntone come un pezzo situato su due appoggi, si può convincersi dell'esattezza di questa ipotesi verificando sperimentalmente che la componente di Q normale ad AC eguaglia la metà della componente di pl nella stessa direzione, appunto come ha luogo per un solido situato su due appoggi e caricato di un peso totale pl uniformemente distribuito.

un primo valore di x) il secondo termine di essa, ordinariamente molto piccolo rispetto al primo. Sostituendo indi questo valore di x nel detto secondo termine, si avrà un secondo valore, più approssimato, per x il quale sarà generalmente sufficiente.

Tirante. — Per determinare le dimensioni trasversali del tirante bisogna distinguere due casi: 1.° quando non sopporta alcun peso addizionale; 2.° quando sopporta un peso addizionale uniformemente ripartito.

Nel 1.° caso, essendo il tirante in ferro, si può trascurare il suo peso proprio, ed allora l'unica forza che lo sollecita è una tensione eguale e contraria ad S_1, onde la sua sezione ω ci sarà data dalla formola:

$$\frac{pal}{2h} = R\omega$$

Nel 2.° caso, quando cioè il tirante sopporta un peso addizionale uniformemente ripartito, come sarebbe quello di un solaio, bisogna tener conto del suo peso proprio. Chiamando q il peso addizionale per metro corrente, si fa dapprima il calcolo trascurando il peso proprio del pezzo, cioè ponendo nell'equazione:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega} \qquad (3)$$

valori:

$$M = \frac{1}{8}\, q\, (2a)^2 = \frac{1}{2}\, qa^2 \qquad , \qquad T = S_1 = \frac{pal}{2h},$$

Si ottiene così un primo valore della dimensione ignota x della sezione e ricavatone il peso Π del pezzo per metro corrente, si fa un secondo calcolo ponendo nella formola (3):

$$M = \frac{1}{2}\,(q + \Pi)\, a^2 \qquad , \qquad T = S_1 = \frac{pal}{2h}$$

In tal modo si ottiene un altro valore x' per la dimensione ignota della sezione, e questo sarà generalmente sufficiente.

Incavallatura semplice con staffa.

Consideriamo ora un' incavallatura semplice (*fig.* 2 e 3) munita di una staffa verticale CD, la quale, come abbiam detto innanzi, non esercita pressione sul tirante AB, ma serve, al contrario, a sostenerlo. Le formole precedenti verranno tutte modificate.

Staffa. — Considerando il tirante come un pezzo sostenuto da tre appoggi e caricato di pesi q uniformemente distribuiti sulla sua lunghezza $2a$, le pressioni sugli appoggi estremi saranno ciascuna $\frac{3}{8}qa$ e quella dell' appoggio intermedio sarà $\frac{5}{4}qa$. Per conseguenza la staffa verticale è sollecitata da una forza traente $\frac{5}{4}qa$, onde la sua sezione ω si calcolerà colla formola:

$$\frac{5}{4}qa = R\omega$$

Puntoni. — Considerando il puntone come rigido ed osservando che oltre alle forze considerate nel caso precedente vi agisce una forza verticale $\frac{5}{8}qa$ applicata in B, si avrà, pel suo equilibrio,

$$\left.\begin{aligned} S_x - Q &= 0 \\ S_y - pl - \frac{5}{8}qa &= 0 \\ pl\,\frac{a}{2} + \frac{5}{8}qa^2 - Qh &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{donde:} \quad \left\{\begin{aligned} S_x &= Q \\ S_y &= pl + \frac{5}{8}qa \\ Q &= \frac{pal}{2h} + \frac{5qa^2}{8h} \end{aligned}\right.$$

Tenendo poi conto della flessibilità del puntone, si potrà riguardarlo come un solido situato su due appoggi e caricato: 1.° di una forza normale uniformemente ripartita, il cui valore per metro corrente è $p\,\frac{a}{l}$; 2.° di una forza longitudinale tendente a comprimerlo che comprende le

componenti di S_1 e Q secondo la direzione AC, e che perciò, indicandola con T, è espressa da:

$$T = p\left(h + \frac{a^2}{2h}\right) + \frac{5qa^2}{8l}\left(h + \frac{a^2}{h}\right)$$

Sostituendo dunque tale valore, insieme all'altro:

$$M = \frac{1}{8}\,pal$$

del momento massimo di flessione nell'equazione:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega},$$

si ricaveranno le dimensioni trasversali del puntone.

Tirante. — Essendo il tirante un pezzo sostenuto da 3 appoggi e caricato: 1.° di un peso q per metro corrente; 2.° di una forza traente eguale e contraria a S_1, si determineranno le sue dimensioni ponendo nella formola generale:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega}$$

i valori:

$$M = \frac{1}{8}\,qa^2 \quad , \quad T = \frac{pal}{2h} + \frac{5qa^2}{8h}$$

Incavallatura con tirante al disopra delle imposte

Le circostanze locali obbligano talvolta a situare il tirante orizzontale alquanto al disopra dell'orizzontale passante per le imposte. Si suppone allora che la ponitura in opera dell'incavallatura sia stata eseguita in modo che la tensione F del tirante EF (*fig. 4* e *5*) sia eguale in valore assoluto alla reazione Q del puntone CB sull'altro AC, nel qual caso i muri non esercitano che delle reazioni verticali S. Questa condizione può esser rigorosamente realizzata formando il tirante in ferro EF di due

parti terminale da viti lavorate in senso contrario, che possono avvicinarsi o allontanarsi mediante una madrevite comune.

Si tratta di determinare le dimensioni trasversali dei due puntoni ~~AB~~, AC, BC e del tirante EF.

Puntoni. — Ritenendo le notazioni precedenti e chiamando inoltre h' l'altezza del vertice C al disopra del tirante EF, le condizioni di equilibrio del puntone, considerato come rigido, saranno:

$$\left.\begin{aligned} F - Q &= 0 \\ S - pl &= 0 \\ pl\,\frac{a}{2} + F\,(h - h') - Qh &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{donde:} \quad \left\{\begin{aligned} F &= Q \\ S &= pl \\ Q &= \frac{pal}{2h'} \end{aligned}\right.$$

Riguardando ora il puntone come un solido su due appoggi e caricato: 1.° di una forza normale uniformemente distribuita, il cui valore per metro corrente è $p\frac{a}{l}$; 2.° di una forza, anche normale $F\,\frac{h}{l}$, agente nel punto E; 3.° delle forze longitudinali ph, e $Q\,\frac{a}{l}$, bisognerà applicare la formola generale:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega},$$

della quale bisognerà porre per T il valore:

$$T = p\left(h + \frac{al}{2h'}\right)$$

e per M il valor massimo del momento di flessione, il quale, chiamando l' la distanza CE, è dato da:

$$M = \left(F\,\frac{h}{l} + \frac{pa}{2}\right)\frac{l'\,(l - l')}{l}.$$

Tirante. — Le dimensioni del tirante si otterranno dalla formola:

$$\frac{pal}{2h'} = R\omega.$$

Le incavallature a tirante sollevato, paragonate a quelle col tirante a livello del piede dei puntoni presentano un aumento di peso in ragione di 1 ad 1,15 per metro quadrato. È perciò che non si usano se non quando si vuol profittare di una porzione dell'altezza del coperto per sollevare il soffitto degli ultimi piani, nel qual caso i tiranti sopportano il peso del solaio e l'incavallatura si munisce di una staffa per trasmettere una porzione della carica al comignolo del tetto.

Incavallature alla Mansard.

Le incavallature alla Mansard *(fig. 6 e 7)* si usano per dare al tetto una capacità per abitazione. Esse si compongono di un'incavallatura identica alle precedenti (cioè formata di puntoni, tirante e staffa) poggiata su due *gambi di forza* pochissimo inclinati alla verticale.

Il modo preferibile per tracciare questi tetti spezzati è quello indicato dal *Bélidor* e consiste nel descrivere un semicerchio di diametro eguale alla portata dell'incavallatura e scegliere il punto E in modo che l'arco AE sia la quinta parte della semicirconferenza.

Le condizioni di resistenza di questo sistema si determinano considerando separatamente la parte superiore, che dicesi *falso coperto*, ed i gambi di forza.

Falso coperto. — Le dimensioni trasversali dei pezzi di questa parte si determinano perfettamente come nei casi innanzi trattati.

Gambi di forza. — Essendo i gambi di forza pochissimo inclinati alla verticale, si usa trascurare il piccolo sforzo di flessione da essi sofferto, e si tien conto soltanto dello sforzo longitudinale, che vien dato dalla metà del peso della parte superiore ECF.

Laonde, chiamando 2P il peso di questa parte, le dimensioni di ciascun gambo di forza verranno date dalla formola:

$$P = R\omega.$$

In quanto ai pezzi accessori che si usano in questa specie d'incavallature, se ne stimano approssimativamente le dimensioni, essendo di poca o nulla influenza sull'equilibrio del sistema e potendo considerarsi più come congiunzioni che come pezzi dell'incavallatura. La pratica e l'esempio di ciò che si fa nelle costruzioni, sono le sole guide a questo riguardo.

Incavallature a tiranti rialzati verso il comignolo.

Consideriamo un' incavallatura formata di due puntoni AB,AC (*fig. 8 e 9*) sostenuti nei punti I,K da due tiranti AK,BI che partono dalle imposte e vengono ad intersecarsi in un punto E.

Per determinare le condizioni di equilibrio del sistema, osserviamo che gli sforzi sofferti dai due tratti di tirante AE, EK sono differenti. Chiamiamo F il primo ed F_1 il secondo. Indichiamo inoltre con $Q_1.Q_2.Q_3$, le pressioni (che sappiamo determinare) del puntone AC sugli appoggi A,I e C e cerchiamo le dimensioni trasversali da darsi a' vari pezzi.

Tiranti AE,EB. — Supponendo la tensione F regolata in modo che il muro A non eserciti che una reazione verticale S, e considerando il puntone come rigido dovrà aversi $S = pl$. Se dunque proiettiamo perpendicolarmente ad AC le forze agenti nel punto A, sarà per l' equilibrio di questo punto:

$$-Q_0 + pl \cos\alpha - F \operatorname{sen}\beta = 0,$$

donde:

$$F = \frac{pl \cos\alpha - Q_0}{\operatorname{sen}\beta},$$

ove abbiamo indicato con α e β gli angoli del puntone coll' orizzontale e con AE.

Le dimensioni del tirante si ricaveranno poi mediante la formola

$$F = R\omega.$$

Tiranti EI,EK. — Proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti nel punto I, dovrà aversi, per l' equilibrio di questo punto:

$$F_1 \operatorname{sen} BIC - Q_1 = 0,$$

donde si trae, osservando che si ha $BIC = 2\alpha - \beta$,

$$F_1 = \frac{Q_1}{\operatorname{sen}(2\alpha - \beta)}.$$

E le dimensioni dei tiranti EI,IK si ricaveranno mediante la formola:

$$F_1 = R\omega.$$

Puntoni. — Per determinare le dimensioni trasversali di ciascun puntone, osserviamo che le forze agenti su di esso sono: 1.° una forza normale $p\cos\alpha$, che gravita uniformemente sopra l'unità di lunghezza ed il cui valor massimo M del momento di flessione si determinerà, col motodo generale, considerando il puntone come situato su 3 appoggi non equidistanti; 2.° una forza comprimente T, data dalla somma delle componenti longitudinali, nel senso CA, delle forze applicate sul puntone tra C ed A. Osservando però che questa somma è eguale a quella delle componenti, nel senso AC, delle forze applicate in A, si avrà:

$$T = pl \operatorname{sen} \alpha + F \cos \beta$$

e questo valore, sostituito insieme all'altro del valor massimo M nell'equazione generale:

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega},$$

ci farà determinare le dimensioni trasversali del puntone, stabilita che sia la forma della sezione.

INCAVALLATURE POLONCEAU

Le incavallature immaginate dall'Ingegnere Polonceau si adoperano nelle coverture di grande portata. La loro ossatura presenta l'aspetto generale di leggerezza ed eleganza che conviene alle grandi costruzioni. È perciò che le vediamo usate spesso dagl'Ingegneri di Ferrovie nella covertura dei vasti recinti destinati alla sosta dei convogli.

Questo sistema d'incavallature consiste in due travi armate ACE, BCF (*fig. 10 e 11*), che partendo dalle imposte, vanno a spingersi nel punto C e sono connesse fra loro da una catena orizzontale EF, situata a livello delle imposte o alquanto al di sopra. Ciascuna trave ACE è costituita da un puntone AC, sorretto in 1 o in 3 punti della sua lunghezza da colonnette o contrafissi normali, i cui estremi sono congiunti al puntone per mezzo di tiranti.

Possiamo distinguere queste incavallature in due specie: 1° quelle a 2 colonnelle e 5 tiranti; 2° quelle a 6 colonnelle e 13 tiranti.

In ciascuna specie il tirante orizzontale può esser situato a livello delle imposte o alquanto al disopra.

Incavallature a 2 colonnette e 5 tiranti.

Consideriamo un' incavallatura alla Polonceau (*fig. 12.*) formata da due travi armate ACE,CFB, composte ciascuna da un puntone sorretto nel mezzo da una colonnetta congiunta agli estremi del puntone mediante i due tiranti AE,CE. Il tirante orizzontale che collega le due travi armate lo supponiamo alquanto al di sopra dell' orizzontale passante per le imposte. D' ordinario si usa rialzarlo per $\frac{1}{30}$ della freccia.

Per calcolare le dimensioni trasversali dei varî pezzi si comincia dal trascurare il loro peso rispetto agli sforzi cui sono sottomessi.

Tirante orizzontale. — La tensione F del tirante EF si suppone regolata in modo che la reazione del muro A sia una forza verticale S; la reazione delle due travi armate in C è d' altronde, come si è detto altre volte, una forza orizzontale Q. Laonde, chiamando:

l la lunghezza del puntone AC,

α e β gli angoli che esso fa con l' orizzonte e coi tiranti,

p il peso che gravita uniformemente sull' unità di lunghezza del puntone,

h,h' le altezze del punto C al disopra di AB ed EF,

si avrà per l' equilibrio del sistema ACE riguardato come rigido:

$$\left.\begin{aligned} F-Q&=0\\ S-pl&=0\\ pl\frac{l\cos\alpha}{2}+F(h-h')-Qh&=0\end{aligned}\right\}\ \text{donde}:\ \left\{\begin{aligned} F&=Q\\ S&=pl\\ F&=\frac{pl^2\cos\alpha}{2h'}\end{aligned}\right. .$$

Essendo dunque

$$F=\frac{pl^2\cos\alpha}{2h'}=\frac{pal}{2h'}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

la tensione del tirante orizzontale EF, la sua sezione ω sarà data dall'equazione:

$$\frac{pal}{2h'} = R\omega.$$

Colonnette. — Riguardando il puntone AC come un pezzo situato su tre appoggi equidistanti A, I, C, e caricato di un peso $pcos\alpha$ per metro lineare, le pressioni su questi appoggi saranno:

In A e C. . . . . $Q_0 = \frac{3}{16} pl \cos\alpha$

In I . . . . $Q_1 = \frac{5}{8} pl \cos\alpha.$

Per conseguenza, lo sforzo cui deve resistere la colonnetta EI sarà la pressione:

$$Q_1 = \frac{5}{8} pl \cos\alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

e quindi la sua sezione ω ci sarà data dall'equazione,

$$\frac{5}{8} pl \cos\alpha = R\omega.$$

Tiranti inclinati. — Chiamiamo t_1, t_2 le tensioni incognite dei tiranti AE, CE. Proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti nel punto A, dovrà aversi, per l'equilibrio di questo punto:

$$-Q_0 + S\cos\alpha - t_1 \operatorname{sen}\beta = 0,$$

donde si trae, sostituendo a Q_0 ed S i loro valori:

$$t_1 = \frac{13}{16} pl \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Similmente, proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti nel punto C, si ricaverà:

$$t_2 = \frac{F \operatorname{sen}\alpha - \frac{3}{16} pl \cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

ove per F bisogna mettere il suo valore dato dalla (1).

Ottenuti così i valori delle tensioni dei due tiranti AE, CE, non resterà che a sostituirli successivamente in luogo di P nell'equazione

$$P = R\omega$$

per ricavarne le dimensioni trasversali.

Puntoni.—Per determinare le dimensioni dei puntoni, osserviamo che le forze agenti su ciascuno di essi sono: 1.° una forza normale p cosα che gravita uniformemente su ciascuna unità di lunghezza e che dà, pel valor massimo del momento di flessione:

$$M = \frac{1}{32} pl^2 \cos\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5).$$

2.° Una forza comprimente espressa dalla somma:

$$pl \operatorname{sen}\alpha + Q\cos\alpha + t_2 \cos\beta\,,$$

o pure dall'altra eguale,

$$S \operatorname{sen}\alpha + t_1 \cos\beta.$$

Ritenendo questa seconda espressione della forza comprimente perchè più facile a calcolarsi, ed indicandola con T, avremo:

$$T = pl \operatorname{sen}\alpha + \frac{13}{16}\, pl\, \frac{\cos\alpha}{tg\,\beta}.$$

E questo valore, sostituito insieme all'altro (5) nell'equazione generale,

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega}\,,$$

ci farà determinare le dimensioni trasversali del pezzo quante volte sia stabilita la forma della sezione.

Allorchè il tirante orizzontale è a livello delle imposte le formole ottenute si semplificano sensibilmente, avendosi in esso

$$\alpha = \beta \quad , \quad h = h'.$$

Metodi grafici.

Per determinare le tensioni che soffrono i vari pezzi di un'incavallatura Polonceau, si può far uso di alcuni metodi grafici abbastanza esatti perchè fondati sull'applicazione delle formole ottenute.

Sia ACB l'incavallatura di cui si tratta (*fig. 13*), segnata in semplici linee geometriche alla scala più conveniente. Supponiamo costrutta a parte una scala di proporzione per la misura delle forze, e vogliansi determinare le tensioni sofferte da' vari pezzi.

Colonnette — Abbassata dal punto I la verticale IG, si prenda su questa una lunghezza $IG = \frac{5}{8} pl$, misurata sulla scala delle forze; proiettando indi questa lunghezza sulla direzione IE, la proiezione IQ_1 indicherà la tensione richiesta della colonnetta, il cui valore si dedurrà dalla scala di proporzione.

La dimostrazione di questo procedimento è quasi evidente, poichè si ha:

$$IQ_1 = Q_1 = \frac{5}{8} pl \cos \alpha,$$

come avevamo trovato nella (1).

Tirante ozontale. — La tensione del tirante EF, quando non si voglia determinarla dal calcolo, può ottenersi graficamente trovando una quarta proporzionale in ordine ad h', $\frac{pl}{2}$, ed a, coll'avvertenza però di prendere sulla scala delle forze non solo $\frac{pl}{2}$, ma anche le lunghezze h' ed a, considerandole come tali.

Tirante inclinato AE. — Tirata pel punto A una verticale, si porti su questa la lunghezza $AL = \frac{13}{16} pl$, presa sulla scala delle forze. Tirando indi dal punto L una parallela al puntone, che incontri in t_1 il tirante AE, sarà At_1 la tensione richiesta.

Di fatto: abbassando dal punto A la perpendicolare AM sopra Lt_1, sarà:

$$AM = \frac{13}{16} pl \cos \alpha,$$

e quindi

$$At_1 = t_1 = \frac{\frac{13}{16} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta}$$

che è appunto il valore dato dalla (3).

Tirante inclinato EC. — Condulta pel vertice C un'orizzontale CF eguale alla tensione F del tirante EF, si proietti questa sulla perpendicolare CP al puntone e pel punto ottenuto P si elevi una verticale di lunghezza $PR = \frac{3}{16} pl$. Tirando pel punto R una parallela al puntone, il punto t_2 dove incontrerà il tirante CE determinerà su questa una lunghezza Ct_2 eguale alla tensione richiesta.

Di fatto: per la costruzione eseguita si ha:

$$CP = F \operatorname{sen} \alpha \quad , \quad PS = \frac{3}{16} pl \cos \alpha \, ,$$

onde:

$$t_2 = Ct_2 = \frac{F \operatorname{sen} \alpha - \frac{3}{16} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \, ,$$

come si ha dalla (4).

Incavallature a 5 colonnette e 13 tiranti.

Consideriamo un'incavallatura alla Polonceau (*fig. 14*) composta di due travi armate ACE, BCF congiunte da un tirante orizzontale EF situato al di sopra delle imposte. Ciascuna trave armata è formata da un puntone AC sorretto da tre colonnette GH,IE,KL, congiunte fra loro ed al puntone mediante i sei tiranti AH,HI,IL,LC,LE,EH.

Per determinare le dimensioni trasversali de' vari pezzi, cominceremo dal trascurare il loro peso proprio.

Tirante orizzontale. — Supponendo la tensione F del tirante EF regolata in modo che la reazione del muro A sia una forza verticale S e ritenendo le notazioni precedenti, si avrà, considerando rigido il sistema ACE:

$$F = Q \; , \; S = pl \; , \; F = \frac{pl^2 \cos \alpha}{2h'} = \frac{pal}{2h'} \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Laonde, l'equazione che determina le dimensioni del tirante EF sarà:

$$\frac{pal}{2h'} = R\omega .$$

Colonnette GH, LK. — Considerando il puntone AC come un solido situato su 5 appoggi e gravato uniformemente di un peso $p \cos \alpha$ per me-

tro lineare, il Teorema dei tre momenti dà, pei valori delle pressioni su questi appoggi,

$$\text{In A e C} \ldots\ldots \quad Q_0 = \frac{11}{112} pl \cos\alpha$$

$$\text{In G e K} \ldots\ldots \quad Q_1 = \frac{2}{7} pl \cos\alpha. \ . \ . \ . \ (2)$$

$$\text{In I} \ldots\ldots\ldots \quad Q_2 = \frac{13}{56} pl \cos\alpha$$

Laonde, l'equazione che determina le dimensioni della colonnetta GH o della eguale LK sarà:

$$\frac{2}{7} pl \cos\alpha = R\omega.$$

Tiranti inclinati. — Chiamando t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 le tensioni dei tiranti AH.HI,IL,LC,BE,EB e proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti in A, dovrà aversi per l'equilibrio di questo punto:

$$- Q_0 + S\cos\alpha - t_1 \operatorname{sen}\beta = 0,$$

donde si trae; sostituendo a Q_0 ed S i loro valori:

$$t_1 = \frac{101}{112} pl \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta}. \ . \ . \ . \ . \ . \ (3)$$

Similmente, proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti in B dovrà aversi;

$$t_4 = \frac{F\operatorname{sen}\alpha - \frac{11}{112} pl\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta}. \ . \ . \ . \ . \ (4)$$

Considerando ora l'equilibrio del punto H, si ottiene, proiettando le forze agenti in esso su di AC e su di una perpendicolare ad AC:

$$(t_2 + t_5 - t_1)\cos\beta = 0$$

ossia

$$t_2 + t_3 = t_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (a)$$

e :

$$- Q_1 + (t_1 + t_2) \operatorname{sen} \beta - t_3 \operatorname{sen} \beta = 0 ,$$

ossia :

$$t_2 - t_3 = \frac{32}{112} pl \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} - t_1 \, .$$

Quest' equazione dà la differenza fra le 2 incognite t_2 , t_3 , mentre la (a) ne dà la somma, onde si avrà :

$$t_2 = \frac{\frac{1}{7} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

$$t_3 = \frac{\frac{85}{112} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Analogamente, considerando l'equilibrio del punto B e proiettando le forze in esso applicate su di AC e su di una perpendicolare ad AC, si avranno due equazioni che daranno l'una la somma, l'altra la differenza delle incognite t_5 , t_6 , onde si avrà :

$$t_5 = t_2 = \frac{\frac{1}{7} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

$$t_6 = \frac{F \operatorname{sen} \alpha - \frac{27}{112} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Determinate così, per mezzo delle formole (3) ; (4) , (5), (6) , (7) , (8), le tensioni dei 6 tiranti inclinati di ciascuna trave armata, non resterà che a sostituire successivamente queste tensioni in luogo di P nell'equazione:

$$P = R\omega$$

per avere le dimensioni trasversali di ciascuno di essi.

Colonnetta media. — Chiamando φ la pressione sofferta dalla colonnetta media IE e proiettando perpendicolarmente ad AC le forze agenti nel punto I, dovrà aversi, per l'equilibrio di questo punto:

$$\varphi = Q_2 + (t_2 + t_3) \operatorname{sen} \beta,$$

donde, sostituendo a Q_2, t_2, t_3 i loro valori si trae:

$$\varphi = \frac{29}{56} pl \cos \alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Laonde, le dimensioni della colonnella in parola si determineranno dall' equazione:

$$\frac{29}{56} pl \cos \alpha = R\omega$$

Puntoni. — Per determinare le dimensioni trasversali di ciascun puntone, osserviamo che le forze agenti su di esso sono: 1° una forza normale $p \cos \alpha$, che gravita uniformemente sopra l'unità di lunghezza e che, applicando il Teorema dei tre momenti, dà pel valor massimo del momento di flessione:

$$M = \frac{3}{448} pl^2 \cos \alpha. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10);$$

2° una forza comprimente espressa dalla somma

$$pl \cos \alpha + Q \cos \alpha + t_2 \cos \beta,$$

o pure dall'altra eguale $S \operatorname{sen} \alpha + t_1 \cos \beta$. Indicando dunque con T questa forza, sarà:

$$T = pl \operatorname{sen} \alpha + \frac{101}{112} pl \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \beta}.$$

E questo valore, sostituito insieme all'altro (10) nell'equazione generale:

$$R' = \frac{v' M}{I} + \frac{T}{\omega},$$

ci farà determinare le dimensioni trasversali del puntone.

Notiamo che delle tensioni t_2, t_3 non abbiamo tenuto conto come forze comprimenti, poichè, essendo eguali, opposte ed applicate nello stesso punto, si distruggono a vicenda.

Allorchè il tirante orizzontale è a livello delle imposte le formole precedenti si applicano a questo caso ponendovi semplicemente $\alpha=\beta$, $h=h'$.

Metodi grafici.

Le tensioni de'varî pezzi possono, anche nel caso di un'incavallatura a 6 colonnette, determinarsi graficamente.

Colonnette GH,KL. — Condotte pei punti G e K *(fig. 15)* le verticali GM,KN di lunghezza $\frac{2}{7}pl$, si proiettino sulle direzioni GH,KL; le proiezioni GQ_1,KQ_1 indicheranno le tensioni richieste Q_1, i cui valori si dedurranno dalla scala delle forze.

Di fatto: questa costruzione corrisponde alla formola trovata (2).

Colonnetta media. — La tensione φ della colonnetta EI può determinarsi abbassando dal punto I una verticale di lunghezza $\frac{29}{56}pl$ e proiettandola sulla direzione IE.

Questa costruzione infatti è l'applicazione grafica della formola trovata (9).

Tirante orizzontale. — La tensione F del tirante EF si otterrà come nel caso dell'incavallatura a due colonnette.

Tirante AH. — Tirata pel punto A una verticale, si porti su questa la lunghezza $AL=\frac{101}{112}pl$, presa sulla scala delle forze. Conducendo indi pel punto L una parallela al puntone, l'incontro t_1 del tirante AE, determinerà su questo una lunghezza At_1 eguale alla tensione richiesta t_1.

Abbassando infatti dal punto A la perpendicolare AT sopra Lt_1, sarà:

$$AT=\frac{101}{112}pl\cos\alpha\,,\ \text{e quindi: } At_1=t_1=\frac{\frac{101}{112}pl\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta}\,,$$

che è appunto il valore dato dalla (3).

Tirante HI. — La tensione t_2 del tirante HI si otterrà riportando da H verso G la lunghezza trovata $GQ_1 = \frac{2}{7} pl \cos \alpha$, e conducendo dal punto V così ottenuto una parallela al puntone; l'incontro t_2 col tirante HI o col suo prolungamento, determinerà su questo una lunghezza $Ht_2 = t_2$.

Di fatto: questa costruzione corrisponde alla formola trovata (5).

Tirante IL. — La tensione t_3 del tirante IL è eguale a quella t_2 del tirante HI, come si ha dalla formola (7).

Tirante HE. — La tensione t_5 del tirante HE si otterrà abbassando dal punto H una verticale $HZ = \frac{85}{112} pl$; conducendo poscia pel punto Z una parallela al puntone, l'incontro t_5 col tirante HE determinerà una lunghezza Ht_5 eguale alla tensione richiesta.

Questa costruzione è infatti l'applicazione grafica della formola (6).

Tirante CL. — Per ottenere graficamente la tensione t_4 del tirante CL, si conduca pel punto C un'orizzontale CF, eguale alla tensione trovata $F = Q$ del tirante EF, e proiettata questa sulla perpendicolare CP al puntone, si elevi pel punto ottenuto P una verticale di lunghezza $PR = \frac{11}{112} pl$. Tirando pel punto R una parallela al puntone, il punto t_4 d'incontro col tirante CL determinerà su questo una lunghezza Ct_4 eguale alla tensione richiesta.

Di fatto: per la costruzione eseguita si ha:

$$CP = F \operatorname{sen} \alpha\ ,\ PS = \frac{11}{112} pl \cos \alpha\ ,$$

onde:

$$t_4 = Ct_4 = \frac{F \operatorname{sen} \alpha - \frac{11}{112} pl \cos \alpha}{\operatorname{sen} \beta}\ ,$$

come si ha dalla (4).

Tirante LE. — La tensione t_6 del tirante LE si ottiene graficamente con procedimento analogo al precedente. Condotta pel punto L un'orizzontale $LF_1 = F$, e proiettata questa sulla perpendicolare LD al puntone, si elevi pel punto ottenuto D una verticale $DO = \frac{27}{112} pl$. Tirando pel punto O una parallela al puntone, il punto dove incontrerà il tirante LE, determinerà su questo una lunghezza Lt_6 eguale alla tensione cercata.

Di fatto: questo procedimento corrisponde alla formola (8).

INCAVALLATURE A SISTEMA INGLESE.

In Inghilterra ed in Germania è molto usato un sistema d'incavallature formato da due puntoni rinforzati da una serie di saette inclinate poggianti sui tiranti che annullano la spinta contro i muri. Delle staffe verticali sostengono i tiranti nei punti d'appoggio delle saette, congiungendo questi ai puntoni. L'apparecchio così equilibrato presenta la necessaria stabilità, ed, a causa del numero illimitato di saette che può adoperarsi, permette di giungere fino a 50^m o 60^m di portata senza tema di deformazione e con grande economia.

La bella tettoja di Tythe—Bairn a Liverpool (*fig. 16*) è costruita appunto con questo sistema. Essa ha 10 saette inclinate, 11 staffe verticali e la portata di 43^m. Le saette di tali incavallature, generalmente in ferro a semplice T, si situano a distanza di $2^m,50$ a 4^m secondo l'importanza della portata. I varî tiranti che congiungono le estremità delle saette medesime, o trovansi disposti col loro assi su di una stessa orizzontale passante per lo imposte, o costituiscono 2 rette inclinate verso il comignolo.

Le incavallature a sistema Inglese, si classificano secondo il numero delle saette, distinguendo, in ciascuna classe, il caso dei tiranti inclinati da quello dei tiranti orizzontali.

Volendo però evitare un'inutile ripetizione di ragionamenti, ci limiteremo a considerare soltanto uno dei casi più complicati, cioè le incavallature ad 8 saette. Il procedimento che seguiremo sarà, del resto, applicabile agli altri casi.

Incavallature ad 8 saette.

Consideriamo un'incavallatura (*fig. 17*) composta di due puntoni sostenuti ciascuno da quattro saette inclinate A_1E_2, A_2E_3, A_3E_4, A_4D poggianti sui corrispondenti tiranti AE_2, E_2E_3, E_3E_4, E_4D. Questi tiranti, che supponiamo situati su di una retta AD inclinata verso il comignolo, sieno, alla lor volta, sostenuti dalle staffe verticali A_2E_2, A_3E_3, A_4E_4, CD.

Si tratta di determinare le condizioni di resistenza del sistema. Chiamiamo :

p il peso che gravita uniformemente sul metro lineare della lunghezza l del puntone,

α, β gli angoli del puntone coll'orizzonte e col tirante

S_1, S_2, S_3, S_4 le tensioni delle varie staffe verticali

C_1, C_2, C_3, C_4 le pressioni sofferte dalle saette.

T_1, T_2, T_3, T_4 le tensioni de'vari tiranti.

$S = pl$ la reazione verticale del muro A.

Considerando il puntone AC come un pezzo situato su 6 appoggi e caricato di un peso $p\cos\alpha$ per metro corrente, le pressioni su questi appoggi saranno :

In A e C. . . . . . . $Q_0 = \frac{3}{38} pl \cos\alpha$

In A_1 e A_4. . . . . . . $Q_1 = \frac{43}{190} pl \cos\alpha$

In A_2 e A_3. . . . . . . $Q_2 = \frac{37}{190} pl \cos\alpha.$

Premesso ciò, passiamo al calcolo delle dimensioni de' vari pezzi.

Tirante AE_2. — Proiettando su di una perpendicolare al puntone le forze agenti nel punto A, e dovendo essere, per l'equilibrio di questo punto, zero la somma delle componenti, si trae :

$$T_1 = \frac{35}{38} pl \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Le dimensioni trasversali del tirante si otterranno poi dall'equazione :

$$T_1 = R\omega$$

Saetta A_1E_2. — Proiettando del pari perpendicolarmente al puntone le forze agenti in A_1, si avrà :

$$C_1 = \frac{43}{190} pl \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\gamma_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

e le dimensioni della saetta si otterranno dall'equazione :

$$C_1 = R\omega$$

Staffa A_2E_2 — Proiettando su di una perpendicolare al tirante le forze agenti in E_2, si avrà, pel valore della tensione della staffa A_2E_2:

$$S_1 = \frac{C_1 \operatorname{sen}(\gamma_1 - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

ove a C_1 bisognerà sostituire il valore dedotto dalla (2). Le dimensioni trasversali si ricaveranno poi dall'equazione:

$$S_1 = R\omega$$

Saetta $A_2\ E_3$. — La pressione sofferta dalla saetta A_2D si otterrà proiettando perpendicolarmente al puntone le forze agenti in A_2. Si avrà così

$$C_2 = \left(\frac{37}{190}\ pl + S_1\right) \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\gamma_2} \qquad (4)$$

e le dimensioni trasversali si dedurranno dalla formola:

$$C_2 = R\omega$$

Staffa A_3E_3. — Proiettando perpendicolarmente al tirante le forze agenti in E_3, si ottiene:

$$S_2 = \frac{C_2 \operatorname{sen}(\gamma_2 - \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} \qquad (5)$$

Le dimensioni trasversali della staffa in parola si otterranno poi dal l'equazione:

$$S_2 = R\omega$$

Saetta $A_3\ E_4$. — Proiettando similmente su di una perpendicolare al puntone le forze agenti in A_3, si avrà per la pressione sofferta dalla saetta:

$$C_3 = \left(\frac{37}{190} + S_2\right) \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\gamma_3} \qquad (6)$$

le cui dimensioni si ricaveranno dall'espressione:

$$C_3 = R\omega$$

Staffa $A_4\ E_4$. — Proiettando normalmente al tirante le forze agenti in

E_4, la tensione sofferta dalla staffa verrà espressa da:

$$S_3 = \frac{C_3 \, sen\,(\gamma_3 - \beta)}{cos\,(\alpha - \beta)} \qquad (7)$$

e le dimensioni trasversali si otterranno dalla formola:

$$S_3 = R\omega$$

Saetta A_4 D. — La pressione sofferta dalla saetta A_4 D si ricaverà similmente, proiettando perpendicolarmente al puntone le forze agenti in A_4. Si avrà così:

$$C_4 = \left(\frac{43}{190} + S_3\right) \frac{cos\alpha}{sen\gamma_4} \qquad (8)$$

e le dimensioni si otterranno dall'equazione:

$$C_4 = R\omega$$

Tiranti $E_2 E_3$, $E_3 E_4$, E_4 D. — Proiettando su di una orizzontale le forze agenti nei punti E_2, E_3, E_4, si avrà:

$$T_2 = T_1 - \frac{C_1 \, cos\,(\gamma_1 - \alpha)}{cos\,(\alpha - \beta)} \qquad (9)$$

$$T_3 = T_2 - \frac{C_2 \, cos\,(\gamma_2 - \alpha)}{cos\,(\alpha - \beta)} \qquad (10)$$

$$T_4 = T_3 - \frac{C_3 \, cos\,(\gamma_3 - \alpha)}{cos\,(\alpha - \beta)} \qquad (11)$$

mediante le quali si determineranno le tensioni sofferte da' varî tiranti, e non resterà che a sostituirle in luogo di P nell'equazione:

$$P = R\omega$$

per determinare le loro dimensioni trasversali.

Staffa CD. — Proiettando su di una verticale le forze tutte agenti intorno al punto D, si avrà, pel valore della tensione della staffa:

$$S_4 = 2\,[\,T_4 \, sen\,(\alpha - \beta) + C_4 \, sen\,(\gamma_4 - \alpha)\,] \qquad (12)$$

le cui dimensioni trasversali si dedurranno dall'equazione:

$$S_4 = R\omega$$

Puntoni. — Le dimensioni trasversali dei puntoni si determinano considerando ciascuno di essi come un solido situato su 6 appoggi e carlcato: 1.° di una forza normale *pcosα* che gravita uniformemente sopra l'unità di lunghezza e che dà pel valor massimo del momento di flessione:

$$M = \frac{2}{475} pl^2 \cos\alpha \qquad (13)$$

2.° di una forza comprimente T che ha per valore la somma delle componenti longitudinali secondo AC di tutte le forze applicate sul puntone fra C ed A. Osservando però che questa somma dev'essere eguale a quella delle componenti longitudinali secondo AC delle forze agenti nel punto A, sarà:

$$T = S\,\mathrm{sen}\alpha + T_1 \cos\beta\,,$$

ossia:

$$T = pl\,\mathrm{sen}\alpha + \frac{35}{38}\, pl \frac{\cos\alpha}{\mathrm{tg}\beta}$$

E questo valore, sostituito insieme all'altro (13) nell'equazione

$$R' = \frac{v'M}{I} + \frac{T}{\omega}$$

ci farà determinare le dimensioni trasversali del puntone semprechè sia stabilita la forma della sezione.

Le formole ora ottenute si applicano al caso in cui tutti i tiranti fossero sulla stessa orizzontale AB, ponendovi $\alpha = \beta$.

Metodi grafici.

Gli sforzi cui devono resistere i varî pezzi di un'incavallatura a sistema Inglese possono determinarsi mediante semplicissimi metodi grafici, che sono l'esatta applicazione delle formole innanzi ottenute.

Sia ACB (*fig. 18*) una di queste incavallature ad 8 saette ed a tiranti inclinati verso il comignolo; e riteniamo le notazioni precedenti.

Saetta $A_1 E_2$. — Abbassata dal punto A_1 una verticale di lunghezza

$A_1 M_1 = \frac{43}{190} pl$, presa sulla scala delle forze, si tiri pel punto M_1 una parallela al puntone fino all'incontro C_1 colla saetta $A_1 E_2$ o col suo prolungamento. La lunghezza $A_1 C_1$ rappresenterà la pressione richiesta, il cui valore si ricaverà dalla scala delle forze.

Staffa $A_2 E_2$. — Se si riporta da E_2 verso A_1 la tensione trovata C_1 e pel punto ottenuto c_1 si tira una parallela al tirante, il punto d'incontro S_1 colla staffa $A_2 E_2$ determinerà su questa una lunhezza $E_2 S_1$ eguale alla tensione richiesta.

Saetta $A_2 E_3$. — Abbassata dal punto A_2 una verticale di lunghezza

$A_2 M_2 = \frac{37}{190} pl + S_1$, si tiri dal punto M_2 una parallela al puntone; l'incontro C_2 con la saetta $A_2 E_3$ o col suo prolungamento determinerà su questa una lunghezza $A_2 C_2$ eguale alla pressione richiesta.

Staffa $A_3 E_3$. — Se si riporta nel senso $E_3 A_2$ la tensione trovata C_2, e pel punto ottenuto c_2 si tira una parallela al tirante fino all'incontro S_2 con la staffa $A_3 E_3$, sarà $E_3 S_2$ la tensione richiesta.

Saetta $A_3 E_4$. — Abbassando dal punto A_3 la verticale

$A_3 M_3 = \frac{37}{190} pl + S_2$, la parallela $M_3 C_3$ al tirante determinerà una lunghezza $A_3 C_3$ eguale alla richiesta pressione C_3.

Staffa $A_4 E_3$. — Riportando da E_3 verso A_3 la tensione trovata C_3, la parallela $c_3 S_3$ al tirante determinerà la lunghezza $E_4 S_3$ eguale alla tensione richiesta S_3.

Saetta $A_4 D$. — Abbassata dal punto A_3 la verticale

$A_3 M_3 = \frac{43}{190} pl + S_3$ e tirata pel punto M_4 la parallela $M_4 C_3$ al tirante sarà $A_3 C_4$ la richiesta pressione C_4.

Tirante AE_2 — Condotta per A la verticale $AL = \frac{35}{38} pl$, si tiri la parallela LT al puntone fino all'incontro T_1 del tirante. La lunghezza AT_1 rappresenterà la richiesta tensione T_1.

Tiranti $E_2 E_3$, $E_3 E_4$, $E_4 D$. — Abbassando dai punti c_1, c_2, c_3, le verticali $c_1 K_2$, $c_2 K_3$, $c_3 K_4$, saranno $E_2 K_2$, $E_3 K_3$, $E_4 K_4$ le lunghezze da togliersi rispettivamente dalle tensioni T_1, T_2, T_3, per ottenere le tensioni: T_2 T_3, T_3.

Saetta CD. — Proiettando sulla verticale passante per D la tensione ottenuta T_4 e la pressione C_4, la somma delle proiezioni sarà quella che, raddoppiata, rappresenterà la richiesta tensione S_4.

Paragone fra i diversi sistemi d'incavallature.

Le incavallature *semplici* e quelle *alla Monsord* sono applicabili con vantaggio alle case per abitazione, ove si richiede di occupare il minore spazio possibile. Bisogna però avvertire che le prime riescono più economiche delle seconde, a portata eguale, a causa della maggiore spesa di mano d'opera che questi richiedono.

Negli opifizi, nelle piazze, nei mercati e nelle stazioni di Ferrovia i sistemi a contrafissi sono sempre preferibili. In generale l'aumento del numero dei contrafissi è sempre vantaggioso perchè fa diminuire il peso e le dimensioni dei puntoni. Solamente le complicazioui che risultano dal loro impiego obbligano a diminuire la distanza fra le incavallature per attenuare la carica e permettere di fare su i puntoni, i tiranti e gli arcarecci, una notevole economia.

TESI LIBERE

IDRAULICA

Efflusso per un breve tubo cilindrico adattato alla luce di un serbatoio.

COSTRUZIONI

Solidi di egual resistenza.

MACCHINE A VAPORE

Lavoro del vapore.

TOPOGRAFIA

Curve di raccordo per Ferrovie.

Pag.	*Verso*	ERRORI	CORREZIONI
9	32	sezione o cruciforme	sezione circolare o cruciforme
15	18	pezzo un	un pezzo
16	17	$\frac{1}{1} Aa_1$	$\frac{1}{2} Aa_1$
17	8	$A' = M'$	$A' = M_1$
24	16	S^x	S_x
29	3	AB	AC
29	9	$S = pt$	$S = pl$
31	2	AB	BC
31	10	T	F
32	22	ACF	BCF
38	10	LE , EH	HE , EL
39	11	H	L
40	17	$t_2 \cos \beta$	$t_1 \cos \beta$
42	2	la lunghezza	la metà della lunghezza